

Wiskundeperiode 11e klas: Denken in tegenstellingen

Wat is waarheid?

In de Hortus Botanicus in Amsterdam ontmoet ik leerkracht Dickens van der Werff voor een gesprek, of eigenlijk een privéles 'projectieve meetkunde'. Deze 11e klasperiode lijkt dezelfde stof te behandelen als de meetkundeperiode 'platonische lichamen' in de 8e klas. Maar wat toen op papier als 'waarneming' verscheen, wordt nu vanaf de basis opgebouwd en geanalyseerd. De eigen waarneming wordt in relatie gebracht met de meetbare wereld enerzijds – en het grootst denkbare geheel, ofwel het heelal, anderzijds. Eigenlijk is het een periode filosofie. Leerlingen leren al tekenend omgaan met de begrippen dualiteit, polariteit en oneindigheid – dingen die essentieel zijn om in een levende werkelijkheid je eigen standpunt te kunnen bepalen.

TEKST EVELIEN NIJEBOER

Projectieve meetkunde is echt een vrijeschool-onderwerp. Dickens van der Werf: 'Op andere scholen wordt alleen heel uitgebreid de Cartesiaanse meetkunde gedoceerd. Dat is de meetkunde waarmee je de materiële wereld in kaart brengt. Die gaat altijd uit van een willekeurig, vast nulpunt ergens in de ruimte, bijvoorbeeld het punt 'Greenwich' – van waaruit de aarde in tijdzones is verdeeld. Vanuit zo'n nulpunt zijn er dan drie assen – lengte, breedte en diepte – en daarbinnen kun je dan exact vormen omschrijven.'

Kijken vanuit het geheel

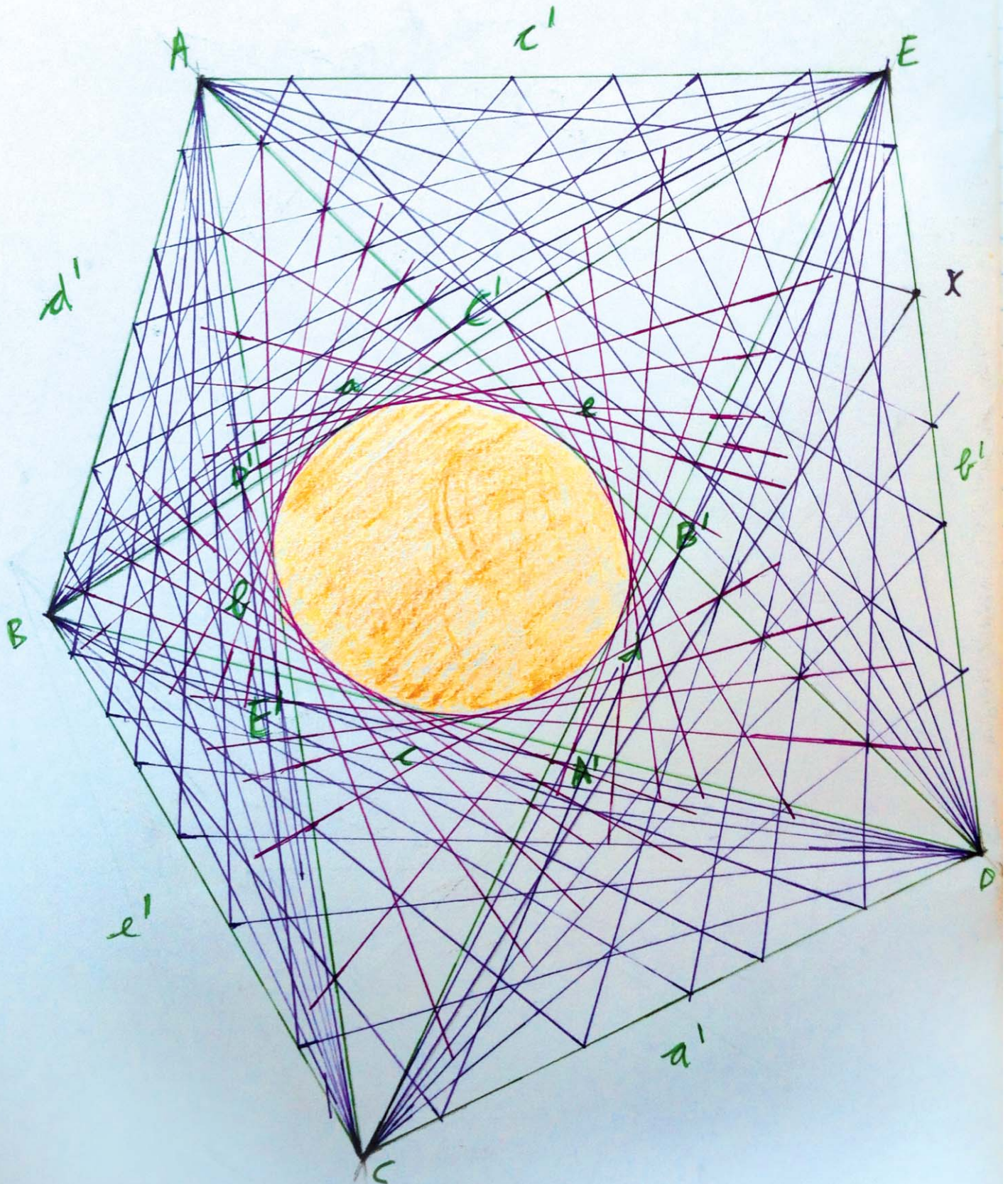
Projectieve meetkunde gaat echter niet over meten, wegen en tellen. Dickens: 'Projectieve meetkunde – de naam zegt het al – gaat over projecties. Bijvoorbeeld hoe een vorm verandert als je hem binnenstebuiten keert, dus als je van ieder punt een lijn maakt en andersom. Dat heeft niets te maken met maateenheden: het ene 'geheel' verandert in het andere. Het grootste geheel dat we kennen is 'oneindigheid' – en ook daarmee wordt direct gewerkt in de projectieve meetkunde. Maar je kunt ook met een willekeurig setje lijnen en punten beginnen en dat omzetten in zijn eigen tegendeel, door van elke punt een lijn te maken en andersom. Je komt zo in een associatief en intuïtief gebied, waar dingen óók heel exact zijn. Alleen op een andere manier dan we gewend zijn vanuit onze wetenschap van meten, wegen en tellen.'

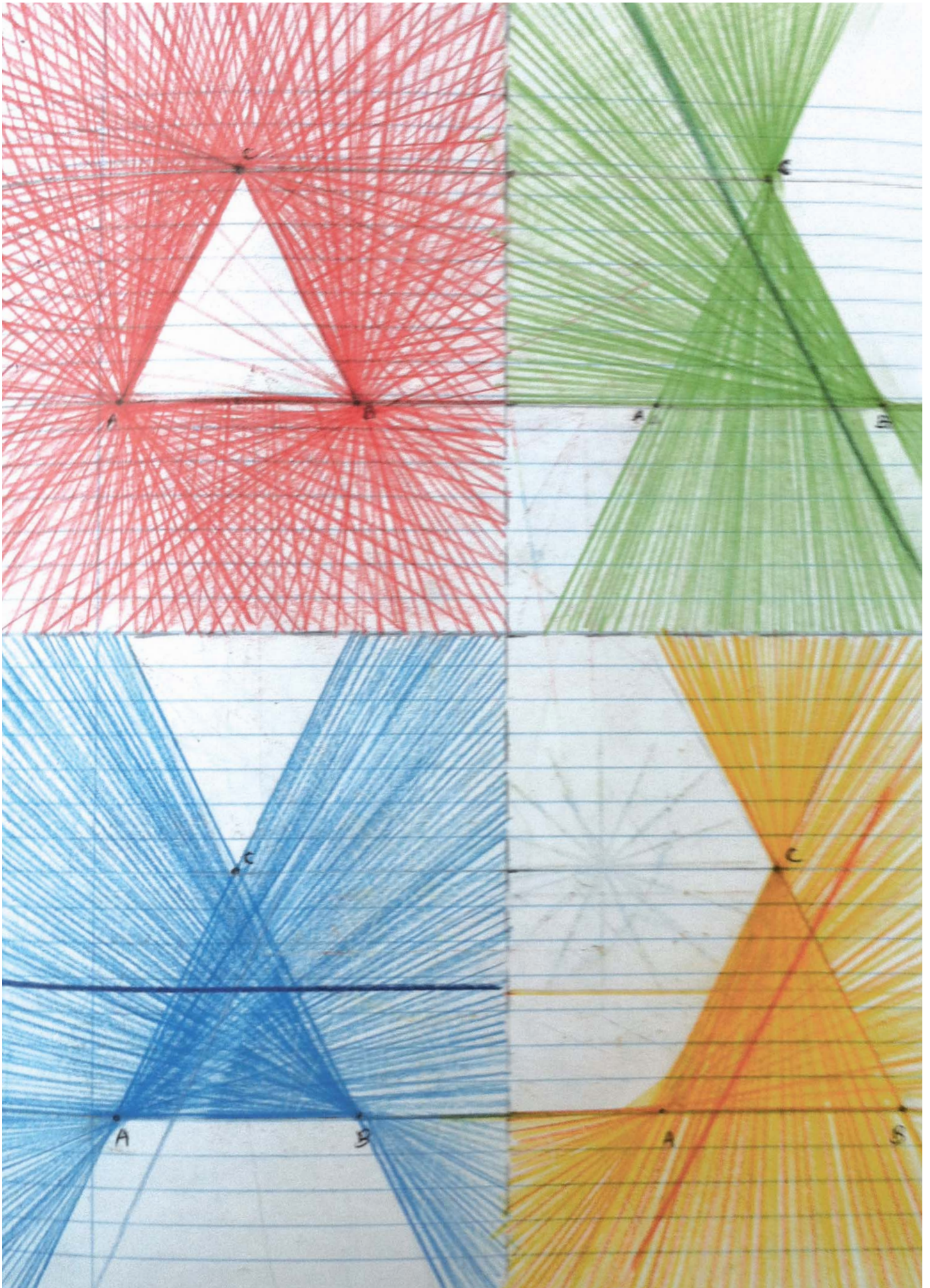
Dualiteit en polariteit

Dickens: 'Dualiteit en polariteit zijn twee verschillende dingen. Dualiteit is alleen een tegenstelling, maar bij polariteit is er sprake van een zelfstandig midden dat tussen de tegenpolen in ontstaat.' Dat is interessant, maar waarom moeten leerlingen dat weten? Dickens: 'Door te leren omgaan met dualiteit en polariteit vorm je je oordeelsvermogen. Ik vergelijk dit gegeven in de les vaak met een actueel voorbeeld uit de politiek. Daar zie je dat een extreem standpunt nooit op zichzelf blijft staan: het roept zijn tegendeel op. En ook daar blijft het niet bij; er volgt een debat waar uiteindelijk een nieuw 'middenstandpunt' uit ontstaat. In Nederland zijn we echter geneigd om al bij voorbaat de consensus op te zoeken, maar in Engeland zitten de partijen in het Lagerhuis letterlijk tegenover elkaar – terwijl ze luidkeels hun instemming en afkeuring geven aan ieder standpunt. Juist als het debat pittig is, kan het midden zichzelf opnieuw uitvinden. Als iedereen meteen de middenmoot opzoekt wordt dat inhoudelijke debat al snel overgeslagen. Dan wordt er nergens meer écht over gepraat.'

Dickens: 'Een ander prachtig voorbeeld van dualiteit is de wetenschappelijke relatie tussen Niels Bohr en Werner Heisenberg. Vanuit het discours of licht nou een golfje of een deeltje is formuleerden zij het 'onzekerheidsprincipe': Licht is zowel een golfje als een deeltje, maar nooit tegelijkertijd. Fysisch gezien sluiten zij elkaar uit. De wetenschapper bleek deel uit te maken van zijn onderzoek en feitelijk de uitkomst mede te bepalen.'

Constructie van de ellips





Theoretische opdracht: meetkundige constructie van oneindigheid via punt c

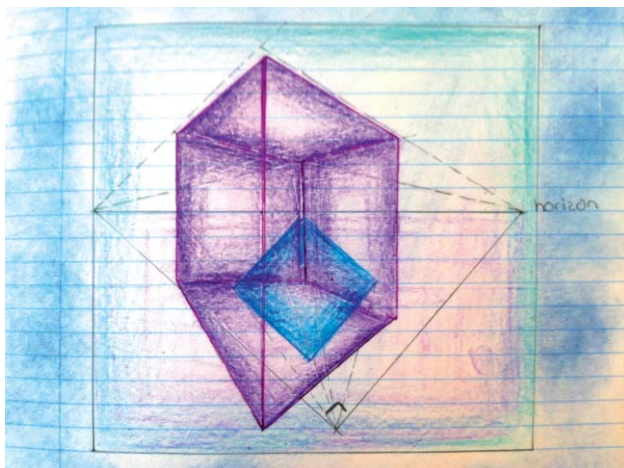
'Leren omgaan met dualiteit en polariteit vormt je oordeelsvermogen'

Natuurkunde en moraliteit

'De kwantumfysica nam vervolgens een hoge vlucht omdat de toepassingsmogelijkheden schier onbegrensd leken. Dickens: Deeltjesfysica en kernenergie raken aan de fundamenteën van de materie – en daarmee aan de oneindigheid. De morele gevolgen waren enorm, de natuurkunde verloor daarmee haar naïveteit. Bohr en Heisenberg gingen in 1941 voorgoed uit elkaar, na een kort maar heftig gesprek. Heisenberg heeft toen kennelijk beweerd dat Duitsland binnen afzienbare tijd een atoombom kon maken en Bohr was geschokt dat Heisenberg daar geen morele vragen bij stelde. Bohr vertrok naar Amerika en raakte betrokken bij het Manhattan-project, waar daadwerkelijk de atoombombommen van Hiroshima en Nagasaki uit zijn voortgekomen. Werner Heisenberg bleef in Duitsland waar hij, waarschijnlijk door het gesprek met Bohr, de hele oorlog glashard bleef volhouden dat het 'onmogelijk' was om atoomkracht militair in te zetten'. Dit voorbeeld gebruikt Dickens om te laten zien hoe dergelijke technologie die aan de oneindigheid morrelt, ertoe oproept om bewust je eigen moraliteit in te zetten. Het laat zien hoe precair de grens tussen goed en kwaad daarbij kan zijn. De urgentie van een ontwikkeld oordeelsvermogen is duidelijk.

Oneindigheid

Om het abstract-wiskundige begrip 'oneindigheid' handen en voeten te geven in de menselijke wereld, roept Dickens hierbij de hulp in van wis- en natuurkundige Pascal. 'Deze man worstelde enorm met z'n geloof – en de kloof tussen wetenschap en religie.' Leerlingen krijgen een stuk tekst van Pascal over de oneindigheid en doen daarna zelf een poging om het begrip 'oneindigheid' in woorden te vatten. Zo kan het tekenen van een 'oneindige' lijn in je verbeelding de dimensies krijgen van een 'stairway to heaven' of een 'highway to hell'. Voor veel leerlingen is ook dat nog vaag, daarom behandelt Dickens daarna de stelling van Desargnes. 'Die was officier in het leger



Dualiteit op de filosofische tour!

In het gewone leven kunnen we ook naar dualiteit op zoek gaan. Zoals twee mensen die verliefd begonnen en uiteindelijk na een hastige rechtzaak voor altijd gescheiden blijven. Daar tussen moet toch ooit liefde geëeten hebben, dus dat is dan de polariteit, en de twee uiterste de dualiteit tussen die personen. Ook de ochtendglorie en de duisternis in de nacht kun je zien als dualiteit en het beginnen van de wattige schemering de polariteit omdat dat het midden tussen het licht en duister aangeeft. Een mitschen is minder opvallende dualiteit zijn de twee polen. De Noordpool en Zuidpool lijken op eerste gezicht erg op elkaar maar zijn het absoluut uiterste van elkaar rond de wereld, ze zullen dan ook nooit met elkaar contact hebben en delen alleen dezelfde planeet en soms de zon. Hun polariteit is de evenaar.

van Napoleon. Met behulp van projectieve meetkunde kon hij precies uitmeten hoe het kanon, onzichtbaar opgesteld, óver een berg heen de legertent van de Italianen kon raken'. Ook in die wiskundige stelling doen maten niet ter zake: het enige dat Desargnes nodig had om uit te meten waar het kanon moest staan, waren twee punten in het landschap van waaruit je de Italiaanse legertent wél kon zien.

Droomhuis

Naast theoretische opdrachten over oneindigheid, wordt er in deze periode ook praktisch gewerkt met projecties. 'Projecties zijn eigenlijk: dat wat ik zie vanuit mijn eigen oog. Perspectieftekenen is een andere praktische toepassing van deze meetkunde'. In deze periode ontwerpen en tekenen leerlingen hun eigen toekomstige droomhuis. De meesten vinden dat erg leuk. Dickens: 'Dat gebeurt in combinatie met de Cartesiaanse meetkunde. Want als je een huis ontwerpt is het handig om te weten hoe groot een wc of een slaapkamer precies moet zijn. Zo formuleren leerlingen al doende een antwoord op de vraag: hoe verhoudt mijn eigen waarneming zich tot de wereld zoals die is, als ik hem opmeet?' Dickens is van huis uit architect. 'Een huis ontwerpen doe je niet in één keer. Het is een creatief proces en dat voltrekt zich altijd in fasen. De buitenvorm wordt bepaald door hoe de binnenuimte georganiseerd is en andersom. Maar een architect bekijkt ook hoe die buitenvorm zich verhoudt tot het omringende landschap. Je moet dus steeds van standpunt wisselen; de oplossing kun je alleen in stappen laten ontstaan. Zo kunnen ze aan den lijve ervaren hoe je met dualiteit omgaat.'

Het huis is voor leerlingen een impliciet beeld van het eigen lichaam, van wie jij bent in dit leven – van binnen en van buiten, van eigen bestaansgrond tot omhulling. Dat is de basis waaraan je kan toetsen wat waarheid is. ●